

ט"ו בכסלו תשע"ו

15.12.2016

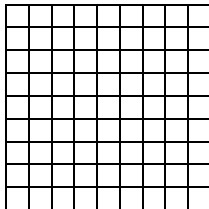
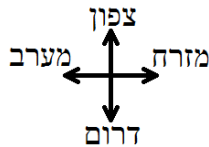
אולימפיאדה רביעית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ז'

**יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.
אין להשתמש במחשבון.**

1. אילו מספרים תלת-ספרתיים יש יותר: זוגיים שמתחלקים ב-5 או אי-זוגיים שמכילים את הספרה 2?

2. לחנות הביאו 300 קיווי בשקיות, כאשר כל שקית מכילה 13 או 14 קיווי. כמה שקיות יכולות להיות?

3. מצאו 4 מספרים טבעיים שונים a, b, c ו- d כך ש- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = \frac{3}{7}$.



4. בעיר יש 10 רחובות מצפון לדרום, ו-10 רחובות ממזרח למערב, אורך של כל רחוב 9 קילומטרים (כמו בציור). המרחקים בין רחובות מקבילים צמודים הם 1 קילומטר. נסיעה בכל כביש עולה כמות שונה של כסף: בכביש האופקי הדרומי ביותר המחיר הוא שקל לקילומטר, בכביש המקביל שנמצא מרחק N קילומטרים ממנו המחיר $N+1$ שקלים לקילומטר, בכביש האנכי המערבי ביותר המחיר הוא שקל לקילומטר, ובכל כביש אנכי שנמצא במרחק N קילומטרים ממנו המחיר הוא $N+1$ שקלים לקילומטר. מהו המחיר הקטן ביותר עבור נסיעה מהפינה הדרום-מערבית לפינה הצפון-מזרחית של העיר?

5. שודדי הים הארי, תום וצ'רלי קיימו דיון:

הארי: לתום יש שתי עיניים.

תום: לצ'רלי יש שתי עיניים.

צ'רלי: להארי יש שתי עיניים.

הארי: לשלושתנו יש סה"כ 2 עיניים.

תום: לשלושתנו יש סה"כ 3 עיניים.

צ'רלי: לשלושתנו יש סה"כ 4 עיניים.

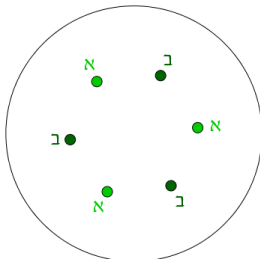
התברר, שכל אחד מהם שיקר מספר פעמים ששווה לכמות העיניים שלו. כמה עיניים יש לכל אחד מהם?

$$\begin{array}{r} \times \quad \begin{array}{c} \text{ט} \quad \text{ו} \quad \text{ב} \\ \text{ק} \quad \text{ה} \quad \text{ל} \end{array} \\ \hline \quad \quad \text{ח} \quad \text{ל} \quad \text{ח} \\ + \quad \begin{array}{c} \text{ה} \quad \text{ג} \quad \text{ה} \\ \text{ל} \quad \text{א} \quad \text{ב} \end{array} \\ \hline \quad \quad \text{ח} \quad \text{ח} \quad \text{ה} \quad \text{ל} \end{array}$$

6. החליפו אותיות בספרות, על מנת שתרגיל הכפל יהיה נכון.

אותיות זהות מסמנות ספרות זהות, אותיות שונות – ספרות שונות.

7. סכום של עשרה מספרים שלמים חיוביים שונים קטן או שווה ל-100. הוכיחו כי לשניים מהם יש מחלק משותף שגדול מ-1.



8. צורת פארק היא עיגול שרדיוסו 2 קילומטרים. בתוך הפארק נמצאים שישה עצים בקודקודיו של משושה משוכלל, כולם במרחק קילומטר ממרכז הפארק. כשסופרים את העצים בכיוון השעון העצים הזוגיים הם ברושים, והאחרים אלונים, כמו בציור. האם ניתן לחלק את הפארק לשני חלקים חופפים באמצעות גדר שלא חותכת את עצמה, כך שחלק אחד יכיל את כל האלונים וחלק אחר יכיל את כל הברושים?

בהצלחה!