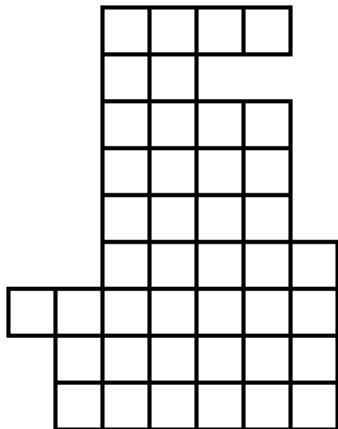


**אולימפיאדה שישית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ז'**

**יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.  
אין להשתמש במחשבון.**

1. מספרים שלמים  $a, b, c, d, e$  מקיימים  $0 < a < b < c < d < e$ , ובנוסף  $a + b + c + d + e = 18$ . מצאו את המספרים (ציינו את כל הפתרונות האפשריים).
2. בארץ קסומה חיות חיפושיות מדברות. חיפושית עם מספר זוגי של כתמים תמיד דוברת אמת, וחיפושית עם מספר אי-זוגי של כתמים תמיד משקרת. תייר פוגש 3 חיפושיות: איילה, בטי וגילי. איילה אמרה לו: בטי שקרנית. בטי אמרה: לשלושתנו יחד יש בסה"כ מספר אי-זוגי של כתמים. אם נשאל את גילי "האם בטי דוברת אמת?", מה תענה גילי?
3. בשורה רשומים שישה מספרים טבעיים עוקבים בסדר עולה. האם ייתכן שסכום הספרות של המספר הראשון הוא 40 וגם שסכום הספרות של המספר האחרון הוא 18?
4. נתונים 7 מטבעות זהים למראה, מתוכם 2 מזויפים; מטבע מזויף קל יותר ממטבע אמיתי. כל המטבעות האמיתיים שווים במשקל, וגם שני המטבעות המזויפים שווים במשקל. כיצד ניתן למצוא את המטבעות המזויפים תוך 3 שקילות במאזני כף?
5. מצאו את המספר  $c$  הקטן ביותר, כך שלמשוואה  $3x + 4y = c$  יהיו בדיוק 3 פתרונות במספרים שלמים חיוביים.
6. מה יותר גדול ופי כמה:

$$\left(1 + \frac{2}{3}\right)\left(2 + \frac{3}{4}\right) \dots \left(998 + \frac{999}{1000}\right) \quad \text{או} \quad \left(3 + \frac{2}{1}\right)\left(4 + \frac{3}{2}\right) \dots \left(1000 + \frac{999}{998}\right) ?$$



7. חלקו את הצורה שבציור ל-3 חלקים זהים.
8. על השולחן נמצאות 100 כוסות, ובהן 101, 102, ..., 200 חרצנים. שני אנשים משחקים במשחק הבא: כל אחד בתורו צריך לבחור כוס ולהוציא ממנה מספר כלשהו של חרצנים. אם לאחר מהלך של שחקן מסוים ימצאו שתי כוסות עם מספר זהה של חרצנים, הוא מפסיד. למי יש אסטרטגיית ניצחון: לשחקן הראשון או השני?

**בהצלחה!**