מדינת ישראל
משרד החינוך

אוניברסיטת תל אביב

16.4.2019 י"א בניסן תשע"ט

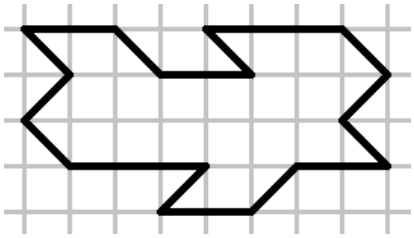
אולימפיאדה שישית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ח'

יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.

אין להשתמש במחשבון.

1. בשורה רשומים שישה מספרים טבעיים עוקבים בסדר עולה. האם ייתכן שסכום הספרות של המספר הראשון הוא 40 וגם שסכום הספרות של המספר האחרון הוא 18?

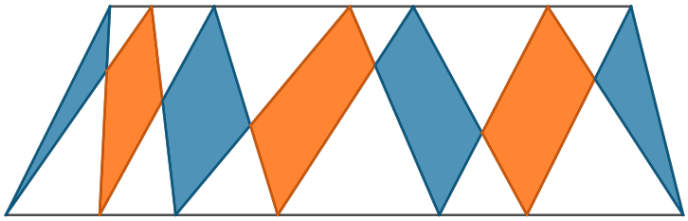
2. מצאו את המספר c הקטן ביותר, כך שלמשוואה $3x+4y=c$ יהיו בדיוק 3 פתרונות במספרים שלמים חיוביים.



3. חלקו את הצורה שבציור ל-7 חלקים חופפים.

4. מה יותר גדול ופי כמה:

$$\left(1+\frac{2}{3}\right)\left(2+\frac{3}{4}\right)\ldots\left(998+\frac{999}{1000}\right) \quad \text{או} \quad \left(3+\frac{2}{1}\right)\left(4+\frac{3}{2}\right)\ldots\left(1000+\frac{999}{998}\right)?$$



5. בציור מצויר טרפז, שעל כל בסיס שלו נבחרו 5 נקודות. חלק מהנקודות חוברו על ידי קטעים ישרים. הראו כי סכום השטחים הכחולים שווה לסכום השטחים הכתומים.

6. על השולחן נמצאות 100 כוסות, ובהן $101,102,\ldots,200$ חרצנים. שני אנשים משחקים במשחק הבא: כל אחד בתורו צריך לבחור כוס ולהוציא ממנה מספר כלשהו של חרצנים. אם לאחר מהלך של שחקן מסוים יימצאו שתי כוסות עם מספר זהה של חרצנים, הוא מפסיד. למי יש אסטרטגיית ניצחון: לשחקן הראשון או השני?

7. החליפו אותיות בספרות שונות מאפס, כך שתתקבל זהות נכונה. אותיות זהות מסמנות ספרות זהות, אותיות שונות – ספרות שונות; **גל**, **גר** הם מספרים דו-ספרתיים שמורכבים מספרות אלו.

$$\frac{\text{ל}}{\text{גל}} + \frac{\text{ל}}{\text{גר}} + \frac{\text{ל}}{\text{ב}} + \frac{\text{ל}}{\text{ר}} + \frac{\text{ל}}{\text{ג}} = \text{ל}$$

8. נתונים 5 מטבעות כסף זהים למראה, ו-5 מטבעות זהב זהים למראה. מבין מטבעות הכסף, יש ארבעה מטבעות אמיתיים והם זהים במשקל, ומטבע מזויף אחד שהוא כבד יותר ממטבע כסף אמיתי בגרם אחד. מבין מטבעות הזהב, יש ארבעה מטבעות אמיתיים והם זהים במשקל, ומטבע מזויף אחד שהוא קל יותר ממטבע זהב אמיתי בגרם אחד. האם אפשר למצוא את שני המטבעות המזויפים באמצעות 3 שקילות במאזני כף?

בהצלחה!