

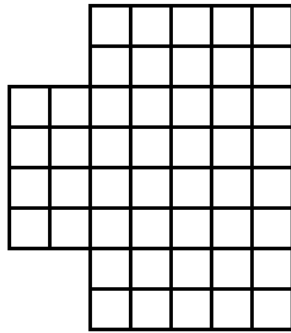
אולימפיאדה שישית ע"ש בנו ארבל ז"ל - כיתות ט'

**יש להוכיח כל טענה ולהסביר כל תשובה. תשובה נכונה ללא הוכחה לא תתקבל.
אין להשתמש במחשבון.**

1. נתבונן ברשימת כל המספרים ה-8 ספרתיים, שברישום העשרוני שלהם מופיעות הספרות 1,2,3,4,5,6,7,9 (כל ספרה מופיעה פעם אחת בדיוק). הראו כי אף מספר מרשימה זו לא מתחלק באף מספר אחר מהרשימה.

2. ברגע מסוים, הזווית בין שני המחוגים של השעון הייתה t° , כאשר t מספר שלם המקיים $0 < t < 180$. כעבור t דקות הזווית בין שני המחוגים שוב הייתה t° . מהו t ? מצאו את כל התשובות האפשריות.

3. באי רחוק חיים שני סוגים של אנשים: שקרנים ודוברי אמת. חוקר מגיע לאי, ומראיין את כל התושבים. כל אחד מהם מציין שלושה אנשים שונים באי וקורא להם שקרנים. הוא שם לב שכל אחד מתושבי האי מוזכר כשקרן ב-3 ראיונות. האם כמות התושבים באי זוגית או אי-זוגית?



4. רוצים לחלק את הצורה בציור למספר חלקים, כך שכל חלק יורכב מ-3 משבצות. חלקים מסוימים יהיו מלבנים, והאחרים לא. מצאו את הכמות הקטנה ביותר האפשרית של חלקים שאינם מלבנים.

5. בשורה רשומים שישה מספרים טבעיים עוקבים בסדר עולה. סכום הספרות של אחד מהמספרים הוא 42, ושל מספר אחר הוא 20. באיזה מקום בשורה נמצא כל אחד משני המספרים האלה?

6. החליפו אותיות בספרות שונות מאפס, כך שתתקבל זהות נכונה. אותיות זהות מסמנות ספרות זהות, אותיות שונות – ספרות שונות; גל, גר הם מספרים דו-ספרתיים שמורכבים מספרות אלו.

$$\frac{l}{a} + \frac{l}{b} + \frac{l}{c} + \frac{l}{d} + \frac{l}{e} = l$$

7. נתון כי $x > y > 0$ וגם $xy = 1$. הראו כי $\frac{x^3 + y^3}{x - y} > 4$.

8. במשושה משוכלל ABCDEF אורך הצלע הוא 1. בוחרים נקודה P על הצלע BC ונקודה Q על הצלע EF כך שהזווית PAQ ישרה. מה גדול יותר: PQ או $BP + QF + 1$?

בהצלחה!