

אולימפיאדה ארצית במתמטיקה - שלב א'

תלמידי תיכון

אנא מלאו את כל הפרטים האישיים בכתב ברור!

שם פרטי	שם משפחה	מגדר	תעודת זהות	שכבה
		☐ בן ☐ בת		
טלפון		דואר אלקטרוני		
כתובת דואר (כולל רחוב, מספר בית \ דירה, עיר)				

לפניכם שאלון מתמטי בן עשר שאלות. השאלות אינן שגרתיות, וגם תלמידים חזקים במיוחד יתקשו לפתור את כולן.

המצטיינים יוזמנו להשתתף בשלבים נוספים של תחרויות ואימונים, שבסופם תורכב הנבחרת שתייצג את ישראל באולימפיאדת המתמטיקה הבינלאומית - IMO, שתיערך ברומניה, ביולי

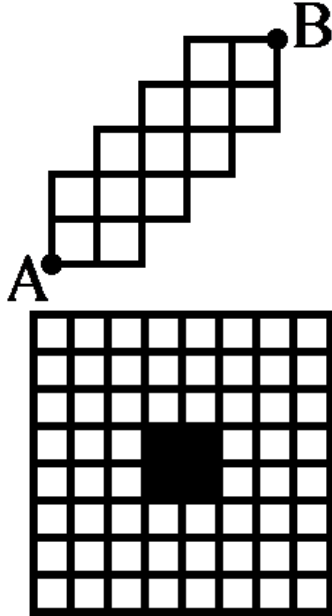
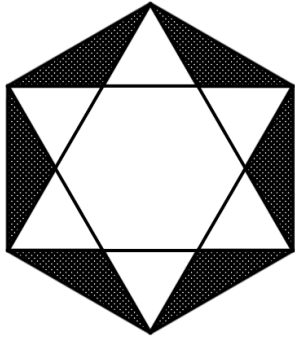
2018. פתרונות ופרטים נוספים יופיעו באתר <http://taharut.org/shlava>.

כתבו בטבלה המצורפת את התשובות הסופיות בלבד – אין צורך לנמק.

אין להשתמש במחשבון. משך המבחן: 90 דקות.

טבלת תשובות:

1.	2.
3.	4.
5.	6.
7.	8.
9.	10.



1. בציור רואים משושה משוכלל ששטחו 1 שהעבירו בו מספר אלכסונים. מצאו את סכום השטחים המושחרים.

2. מצאו את המספר החיובי השלם הקטן ביותר x כך

$$x + 7^{2017^{5778}} \text{ יתחלק ב-} 10.$$

$$\text{הבהרה: } 7^{2017^{5778}} = 7^{(2017^{5778})}.$$

3. דור צריך להגיע מנקודה A בפינה דרום-מערבית של העיירה

לנקודה B בפינה צפון-מזרחית של העיירה. הוא מוכן ללכת

רק צפונה או מזרחה. מפת העיירה בציור, השבילים מסומנים

בשחור. בכמה דרכים שונות הוא יכול להגיע מ-A ל-B?

4. נתונים 11 מספרים ממשיים $a_0, a_1, \dots, a_{10}$ המקיימים

$$a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$$

$$\text{חשבו את } \frac{a_0 - 3a_1 + 5a_2 - 7a_3 + \dots + 21a_{10}}{11a_0 - 10a_1 + 9a_2 - 8a_3 + \dots + a_{10}}.$$

5. במרכז דף משבצות ריבועי 8×8 יש חור ריבועי 2×2 .

בכמה דרכים ניתן לצבוע מלבן שמורכב ממשבצות שלמות?

אסור שבמלבן הצבוע יהיה חור. גם ריבוע נחשב למלבן.

6. נתון טרפז ABCD, כאשר AB מקביל ל-CD. נתון

בנוסף ש- $AB = 4$, $CD = 3$. נתונה נקודה X בתוך הטרפז.

שטחי המשולשים $S_{DAX} = S_{ABX} = S_{BCX} = 1$. מצאו את S_{CDX} .

7. מצאו את כמות זוגות המספרים השלמים x, y בתחום $1 \leq x \leq 2018$, $1 \leq y \leq 2018$

כך שהמספר $2 \cdot x + 25 \cdot y$ מתחלק ב-1000.

$$8. \text{ נתונה מערכת המשוואות: } \begin{cases} x - z = 3 \\ y - \sqrt[3]{xyz} = 9 \\ z - \sqrt[3]{xyz} = -6 \end{cases} \text{ מצאו את } x.$$

9. במשולש ABC נתון: $AB = 7$, $BC = 24$, $AC = 25$. נקודה X במישור מקיימת

$AX = 17$, $BX = 10$. מצאו את האורך של CX.

10. בחדר יש 2017 אנשים, מתוכם 100 אילמים. כל איש הוא טוב או רע, כולל

האילמים. אנשים טובים תמיד אומרים אמת ואנשים רעים תמיד משקרים. בכל דקה, אחד

מהאנשים קם, ואם אינו אילם הוא אומר "בחדר יש כרגע מספר זוגי של אנשים רעים".

מיד לאחר מכן הוא יוצא מהחדר. מהי הכמות המקסימלית של שקרים שיכלו להיאמר

במהלך 2017 הדקות?

בהצלחה!