

ב' בשבט תשע"ט

מיון לנבחרת המתמטיקה

8/1/2019

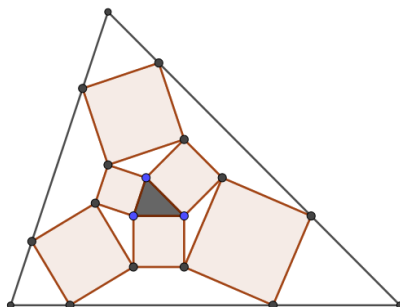
$$1. \text{ פתרו את מערכת המשוואות } (a, b, c) \text{ ממשיים: } \begin{cases} a^2b = c \\ b^2c = a \\ c^2a = b \end{cases}$$

2. לדניאל יש לוח שחמט (8×8) . דניאל מניח אבנים על חלק מהמשבצות, כך שלכל משבצת בלוח יש בדיוק שתי משבצות שכנות לה (לפי צלע) שמונחת עליהן אבן. מה הוא המספר הגדול ביותר האפשרי והמספר הקטן ביותר האפשרי של אבנים שדניאל יכול להניח?

3. לקובי יש קובייה. על כל קודקוד של הקובייה רשום מספר שלם וחיובי. קובי גילה שלכל ארבעה קודקודים שנמצאים על אותו מישור, סכום המספרים שרשומים עליהם הוא 10. מה יכולה להיות מכפלת המספרים על כל קודקודי הקובייה?

4. מצאו את כמות הרביעיות של שלמים חיוביים m, i, n, k כך שמתקיים

$$\begin{cases} m \cdot i = n \cdot k \\ m + i + n + k = 2019 \end{cases}$$



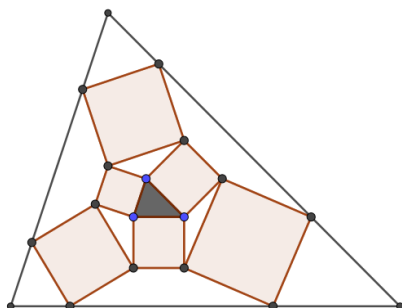
5. על צלעות המשולש ABC נבנו כלפי חוץ ריבועים ABPQ, CALK, BCRS. על צלעות המשולש PQLKRS נבנו כלפי חוץ ריבועים QLIJ, SPMN, KRUV. הישרים MJ, UN, IV יוצרים משולש. הראו כי משולש זה דומה למשולש המקורי ABC.

בהצלחה!

8/1/2019

ב' בשבט תשע"ט

מבחן לרותם



1. על צלעות המשולש ABC נבנו כלפי חוץ ריבועים PQLKRS, CALK, BCRS, ABPQ. על צלעות המשולש PQLKRS נבנו כלפי חוץ ריבועים KRUUV, SPMN, QLIJ. הישרים IV, UN, MJ משולש זה דומה למשולש המקורי ABC.

2. נתבונן במספרים $1^{20}, 2^{19}, 3^{18}, \dots, 19^2, 20^1$. האם ניתן לבחור שלושה מתוכם שסכומם הוא ריבוע שלם?

3. נתונים מספרים חיוביים a, b, c המקיימים $a + b + c \geq 3$. הראו כי

$$\frac{a}{a + 2^{b-a} + 2^{c-a}} + \frac{b}{2^{a-b} + b + 2^{c-b}} + \frac{c}{2^{a-c} + 2^{b-c} + c} \geq \frac{a}{a \cdot 2^{a-1} + 2^{b-1} + 2^{c-1}} + \frac{b}{2^{a-1} + b \cdot 2^{b-1} + 2^{c-1}} + \frac{c}{2^{a-1} + 2^{b-1} + c \cdot 2^{c-1}}$$

4. מצאו את המספר המרבי N של נקודות במישור, כך שכל 4 מהן מהוות קודקודים של מרובע ששטחו 1 (לאו דווקא קמור).

הבהרה. מרובע הוא קו שבור סגור שלא חותך את עצמו ומורכב מ-4 חלקים.

בהצלחה!