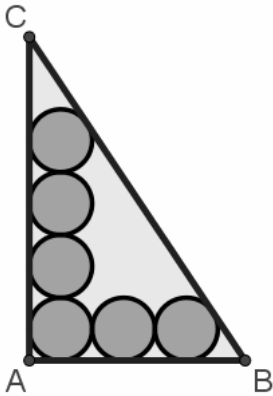


שלב ב' של האולימפיאדה הארצית במתמטיקה 17.10.2023

כתבו בדף התשובות המצורף את התשובות הסופיות בלבד – אין צורך לנמק.
את התשובות יש לרשום באופן מפורש כמספרים, ללא פעולות חשבון ונוסחאות.
אין להשתמש במחשבון. משך המבחן: 150 דקות.

1. במעגל עומדים 5784 אנשים, שחלקם דוברי אמת (שתמיד אומרים את האמת) וחלקם שקרנים (שתמיד משקרים). כל אחד מהאנשים במעגל אומר:

"מבין שני השכנים שלי יש לכל היותר דובר אמת אחד."



נסמן ב- M את הכמות הגדולה ביותר האפשרית של דוברי אמת במעגל, וב- m את הכמות הקטנה ביותר האפשרית של דוברי אמת במעגל. מצאו את $M - m$.

2. בציור רואים קופסה ABC שהיא משולש ישר זווית: $\angle BAC = 90^\circ$. בתוך הקופסה נמצאים 6 מטבעות עגולים זהים בגודלם, שמשיקים זה לזה ולצלעות המשולש בהתאם לציור. נתון בנוסף כי $AB = 90$. מצאו את האורך של AC .

3. מספרים שלמים a, b כך ש- $|a|, |b| < 1000$, מקיימים:

$$\frac{1}{0.99} + \frac{1}{1.01} + \frac{1}{0.9999} = \frac{a}{0.99999999} - \frac{b}{1.0001}$$

מצאו את $a - b$.

4. דניאל רשם על הלוח מספר חמש ספרתי שלא מתחלק ב-10. עומרי רשם את הספרות של המספר של דניאל בסדר הפוך וקיבל מספר חמש ספרתי נוסף (למשל אם דניאל רשם את המספר 12345 אז עומרי רשם את המספר 54321). בסוף חילקו את המספר של דניאל במספר של עומרי. איזה מספר דניאל היה צריך לבחור, על מנת שתוצאת החילוק תהיה גדולה ככל האפשר?

5. נתון לוח משבצות 3×3 , שבתחילת המשחק הוא ריק. בכל מהלך דורבן יכול לבחור שתי משבצות בעלות צלע משותפת.

אם המשבצות שנבחרו נמצאות באותה שורה, דורבן שם פטריה אחת במשבצת השמאלית מבין השתיים ושתי פטריות במשבצת הימנית מבין השתיים.

70	80	90
40	?	60
10	20	30

אם המשבצות שנבחרו נמצאות באותה עמודה, דורבן שם פטריה אחת במשבצת התחתונה מבין השתיים ו-3 פטריות במשבצת העליונה מבין השתיים.

לאחר מספר מהלכים משני הסוגים כמויות הפטריות במשבצות הלוח היו כמו בציור, כשכמות הפטריות במשבצת המרכזית לא נתונה. מצאו את כמות הפטריות במשבצת המרכזית.

6. נתון מצולע בעל 12 צלעות שכל זוויותיו שוות זו לזו. למצולע הנתון יש 6 צלעות באורך 10 ו-6 צלעות באורך 12, כך שכל שתי צלעות סמוכות שונות באורכן.

ידוע ששטח המצולע שווה ל- $m + \sqrt{3}n$ כאשר המספרים m ו- n רציונליים. מצאו את m ו- n .

7. איילה, ברווז וגמל ציירו שלושה מצולעים קמורים ללא זוויות ישרות, בעלי כמויות שונות של צלעות. ידוע שממוצעי הזוויות החדות בכל המצולעים שווים, וכך גם ממוצעי הזוויות הקהות. ידוע שלמצולע של איילה יש 6 קודקודים ולמצולע של ברווז יש 14 קודקודים. על סמך נתונים אלה, בלי שום ידע נוסף לגבי מה שצויר, דורבן מצא את כל האפשרויות לכמות הקודקודים שיכולים להיות במצולע של גמל, ורשם אותן על הלוח. מצאו את מכפלת כל המספרים שדורבן רשם על הלוח.

8. עבור משולש ישר זווית ABC שאורכי צלעותיו שלמים, נסמן ב- Π_{ABC} את מכפלת צלעותיו. מצאו את היקף המשולש ABC עבורו Π_{ABC} קרוב ל-2023 ככל הניתן.

בהצלחה!

דף תשובות

שם מלא		כתובת דואר אלקטרוני
מספר טלפון	מספר תעודת זהות	

את התשובות יש לרשום באופן מפורש כמספרים, ללא פעולות חשבון ונוסחאות.

.1	
.2	
$a =$	$b =$
.3	
.4	
.5	
$m =$	$n =$
.6	
.7	
.8	