

תרגיל 2

1. נתון משולש ABC. מפגש הגבהים של המשולש יסומן ב-H ומרכז מעגל 9-הנקודות של המשולש יסומן ב-N. דרך N עובר ישר l המאונך ל-AN. עקבי הגבהים מ-B, C, H ל- l יסומנו D, E, F בהתאמה. הוכיחו כי $\pm BD \pm CE \pm AN \pm HF = 0$, כאשר בוחרים את הסימנים בצורה מסוימת.

2. נתון משולש ABC ומרכז המעגל החוסם שיסומן O. ישר אוילר (הישר שעובר דרך מפגש התיכונים, מפגש הגבהים ומרכז המעגל החוסם) של המשולש יסומן l , השיקוף של l ביחס ל-BC יסומן l_A וההיטל של A על l_A יסומן ב-A'. מרכז מעגל 9-הנקודות של המשולש יסומן ב-N. הוכיחו כי $AN = A'N$.

3. נתון משולש ABC ו-E, F עקבי הגבהים מ-B, C בהתאמה. נעביר ישר דרך E ונסמן את נקודות החיתוך שלו עם המעגלים החוסמים של AEF, BCEF ב-P, Q בהתאמה. הוכיחו כי אמצע PQ נמצא על מעגל 9-הנקודות של המשולש הנתון.

4. נתון משולש ABC. חוצה זווית A חותך את BC ב-D. האנכים האמצעים של BD, CD חותכים את הגבהים מ-B, C בנקודות E, F בהתאמה. מרכז המעגל החוסם של המשולש DEF יסומן X. הוכיחו כי מרכז מעגל 9-הנקודות של ABC נמצא על המעגל שקוטרו AX.

5. נתון משולש ABC ומרכז מעגל 9-הנקודות שלו שיסומן N. עקבי הגבהים מ-N ל-AB, AC, BC יסומנו X, Y, Z בהתאמה. הוכיחו כי ישרי אוילר של ארבעת המשולשים ABC, CXZ, BXZ, AYZ נחתכים בנקודה.

6. נתון משולש ABC. חיתוכי הגבהים מ-A, B, C עם המעגל החוסם יסומנו D, E, F בהתאמה. השיקוף של A ביחס ל-EF יסומן A_1 , ובאופן דומה נגדיר B_1, C_1 . החיתוך של B_1C_1 עם BC יסומן X, ובאופן דומה נגדיר Y, Z.

א. הוכיחו כי X, Y, Z נמצאים על ישר אחד.

ב.** הוכיחו כי הישר מסעיף א' משיק למעגל 9-הנקודות של מעגל DEF.