

## תרגיל 6

1. הוכיחו כי בכל משולש חד זוויות רדיוס המעגל החוסם קטן משני שליש מהתיכון.

2. נתון מצולע משוכלל  $A_1A_2 \dots A_n$  החסום במעגל שרדיוסו  $R$ . הוכיחו כי לכל נקודה במישור  $P$  מתקיים ש-

$$PA_1 + PA_2 + \dots + PA_n \geq nR$$

3. נתון מצולע קמור  $A_1A_2 \dots A_n$  ונקודה  $P$  בתוכו כך שההיטלים של  $P$  על צלעות המצולע פוגעות בקטעים של הצלעות (בתוך הצלע ולא על המשך הצלע). נקודות  $X_1, X_2, \dots, X_n$  נבחרו על הקטעים  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_nA_1$  בהתאמה. הוכיחו כי קיים  $i$  עבורו  $X_iX_{i+1} \geq P_iP_{i+1}$ .

4. נתון מצולע קמור  $P$  הסימטרי ביחס לנקודה  $O$ . הוכיחו כי קיימת מקבילית  $R$  המכילה את המצולע כך ש-  $S_R \leq \sqrt{2}S_P$ .

5. נתון מרובע קמור  $ABCD$ . מעגל העובר בנקודות  $A, D$  ומעגל העובר בנקודות  $B, C$  משיקים באופן חיצוני בנקודה  $P$  הנמצאת בתוך המרובע.

נתון כי  $\angle PBA + \angle PCD \leq 90^\circ$  ובנוסף  $\angle PAB + \angle PDC \leq 90^\circ$ .

הוכיחו כי  $AB + CD \geq BC + AD$ .

6. נתון משושה קמור  $B$  שזוויותיו  $\beta_1, \dots, \beta_6$  וקודקודיו  $B_1, \dots, B_6$ . נבחרה בתוכו נקודה  $O$  וסומן  $OB_i = a_i$ . בנוסף נתון משושה קמור  $A$  שצלעותיו  $a_1, \dots, a_6$  והזווית בין  $a_i$  ל-  $a_{i+1}$  שווה  $\angle B_iOB_{i+1} + 60^\circ$ . הוכיחו כי

$$3S_A - 2S_B \leq \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) \sum_{i=1}^6 a_i^2 - \sum_{i=1}^6 a_i^2 \beta_i$$