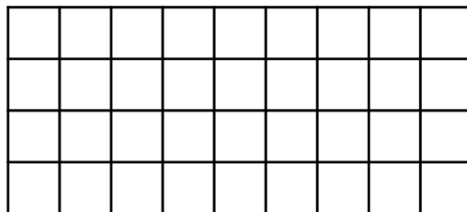




האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ט שלב ב, שנת תשפ"א

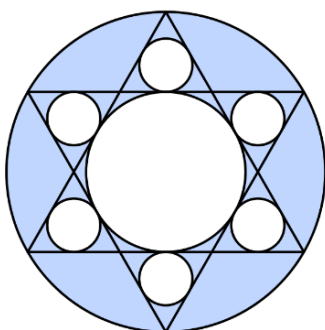
1. עצרת של מספר טבעי N מוגדרת להיות מכפלת כל המספרים הטבעיים עד N , כולל: $N! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot N$. מהו N הקטן ביותר עבורו $N!$ מתחלק ב- 2020^{19} ?

2. כמה מלבנים בעלי שטח זוגי יש בתמונה?



הערה: שטח של מלבנים נמדד במשבצות בשאלה זאת.

3. 15 ספורטאים משתתפים בשתי תחרויות ריצה. בכל תחרות, כל ספורטאי מקבל דירוג: הספורטאי הראשון שמסיים את המסלול, מדורג ראשון, הספורטאי השני שמסיים את המסלול, מדורג שני, וכן הלאה עד הספורטאי שמגיע אחרון ומקבל דירוג 15. אף שני ספורטאים לא מסיימים את המסלול בו-זמנית. בשיחת מוטיבציה אישית שנערכה בין שתי התחרויות, נאמר לכל אחד מהספורטאים, שהדירוג שלו בתחרות השנייה יהיה טוב יותר מאשר בתחרות הראשונה. הסתבר שדירוג של כל אחד מהספורטאים השתנה לכל היותר ב-3. מהו המספר הגדול ביותר של הספורטאים עבורם הדבר שנאמר בשיחת המוטיבציה יכול להיות נכון?



4. מסמנים על מעגל שש נקודות שמהוות קודקודים של משושה משוכלל, ואז מחברים את הנקודות, כך שנוצרים שני משולשים שוויוניים שצלעות שנחתכים בצורת מגן דוד. שטח של כל אחד מ-6 העיגולים הלבנים הקטנים שווה ל-1. מצאו את השטח הכולל.

5. לכל מספר טבעי N נגדיר $S(N)$ להיות סכום כל המחלקים של N , ונגדיר $S^*(N) = S(N) - N - 1$. מצאו את המספר הטבעי הקטן ביותר k עבורו יש יותר מערך אחד של N כך ש- $S^*(N) = k$.
הערה: מספר טבעי זה מספר שלם שגדול מ-0.

6. חשבו את ערך הביטוי האינסופי הבא:

$$\sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{19 + \sqrt{29 + \dots}}}}}$$

הערה: המספרים בתוך השורשים גדלים בקפיצות של 4, 6, 8, 10, 12, וכן הלאה.

בהצלחה!