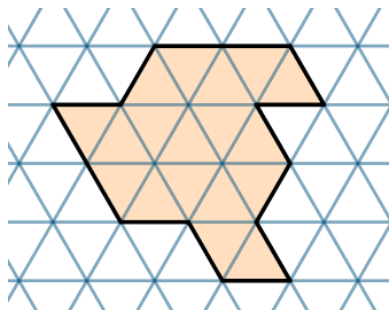




האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ה-ו שלב הגמר, שנת תשפ"ב

1. בגינה היו פרפרים וזחלים. בהתחלה מספר הפרפרים היה פי שתיים גדול יותר ממספר הזחלים. אחרי ש-4 פרפרים עפו מהגינה, ו-3 זחלים הפכו לפרפרים, מספר הפרפרים נהיה פי 3 גדול יותר ממספר הזחלים. כמה פרפרים וכמה זחלים היו בגינה בהתחלה? נמקו את תשובתכם.



2. צורות גיאומטריות נקראות *חופפות* אם הן מתלכדות בחפיפה (כלומר, ניתן לשים אותן זו על זו כך שהן יתלכדו). ציירו כיצד לחתוך את הצורה ל-3 חלקים חופפים.
הערה: מותר לסובב ומותר להפוך את הצורות לצורך החפיפה.

3. בכל משבצת של טבלה בגודל 3×3 רשום 1. תוך מהלך אחד מותר לבחור שורה מהטבלה ולהוסיף לה שורה אחרת, כלומר, להוסיף למספר הראשון של השורה את המספר הראשון של השורה האחרת, למספר השני – את המספר השני של השורה האחרת, ולמספר השלישי של השורה להוסיף את המספר השלישי של השורה האחרת; כמו כן, מותר לבחור עמודה ולהוסיף לה עמודה אחרת. האם ניתן להגיע באמצעות מהלכים כאלה לטבלה בה במשבצת השמאלית העליונה רשום 43, במשבצת המרכזית רשום 9, במשבצת הימנית התחתונה רשום 1, ואין אף מספר 1 נוסף בתוך הטבלה? נמקו את תשובתכם.

1	1	1
1	1	1
1	1	1

43	1 לא	1 לא
1 לא	9	1 לא
1 לא	1 לא	1

4. ליוסי יש משחק הרכבה בשם "מוטות וקודקודים". קודקוד זה כדור קטן עם שקעים, שאפשר לחבר אליו מוטות באמצעות הכנסתם לשקעים. יש שלושה סוגים של קודקודים:
לקודקוד כחול יש 3 שקעים לחיבור מוטות,
לקודקוד ירוק יש 4 שקעים לחיבור מוטות,
לקודקוד אדום יש 5 שקעים לחיבור מוטות.
המוטות הם גמישים וגם יכולים להיות בכל אורך.

כללי המשחק: כל מוט בתוך הצורה שבונים מחבר שני קודקודים שונים, כלומר, אין קצוות "באוויר" וגם לא מחברים את שני הקצוות של המוט לאותו הקודקוד. שני קודקודים יכולים להיות מחוברים עם מוט אחד, אך לא יותר – או לא להיות מחוברים כלל. דבר נוסף, אסור שיישארו שקעים בלי מוטות שיוצאים מהם, כלומר, מכל שקע חייב לצאת מוט.

יוסי רוצה להרכיב צורה שיהיו בה קודקודים מכל 3 הצבעים.

א. מהו המספר הקטן ביותר של קודקודים שיכולים להיות בצורה כזאת?

ב. מהו המספר הקטן ביותר של מוטות שיכולים להיות בצורה הזאת?

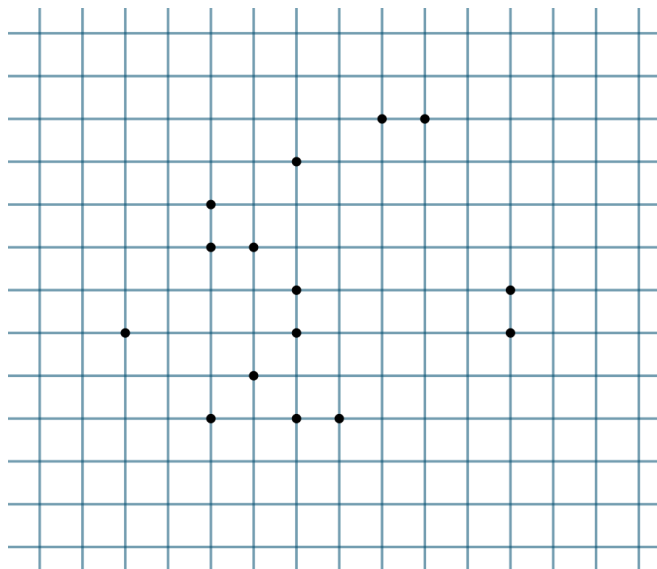
נמקו את התשובות.



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ה-ו שלב הגמר, שנת תשפ"ב

5. נקרא למספר שלם חיובי *מיוחד*, אם ברישום שלו יכולות להופיע רק ספרות 1, 2, 3, 6 ו-8 (כך, למשל, המספר 113 הוא מיוחד, והמספר 806 – לא). מצאו סכום של כל המספרים התלת ספרתיים המיוחדים. נמקו את תשובתכם.

6. בתמונה מספר נקודות. רחל רוצה לצייר מספר ריבועים, כך שכל נקודה מסומנת תהיה על קודקוד או על צלע של ריבוע כלשהו. מהו המספר הקטן ביותר של ריבועים, שרחל צריכה לצייר? נמקו את תשובתכם.



הערה: אין דרישה שהריבועים יהיו מצוירים לפי משבצות.

בהצלחה!