



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ט שלב ב, שנת תשפ"ב

1. למלך יש 666 חיילים, כולם בגובה שונה. המלך סידר את החיילים במעגל. לכל חייל, בוחנים את חמישיית החיילים הרצופים במעגל, המורכבת משני החיילים משמאלו, שני החיילים מימינו והחייל עצמו. ניתן לחייל האמצעי בחמישייה דגל אם הוא הגבוה ביותר בחמישייה, ותוף אם הוא הנמוך ביותר בחמישייה. מהו המספר הקטן ביותר האפשרי של חיילים שלא יקבלו שום דבר?

2. נקרא למספר n מספר נחמד אם כל ספרותיו שונות ולא אפסיות, וכל ספרה במספר מתחלקת בספרה שנמצאת מימינה (פרט לספרת האחדות). כמה מספרים נחמדים יש בסך הכל?

3. נתונה תיבה. אילו היינו מקצרים את כל מקצועותיה בסנטימטר אחד, נפח התיבה המתקבלת היה 720 סמ"ק. מנגד, אילו היינו מאריכים את כל מקצועותיה בסנטימטר אחד, נפח התיבה המתקבלת היה 1320 סמ"ק. מצאו את שטח הפנים של התיבה.

4. מצאו את המספר k הגדול ביותר כך שלכל שני מספרים שלמים a, b המקיימים: $ab = 999$ בהכרח מתקיים: $k \leq (a - b)^2$.

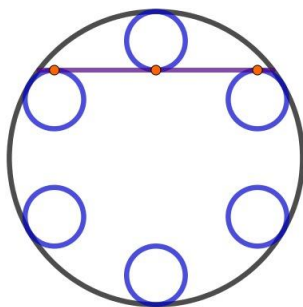
5. המספרים הממשיים x, y, z, t מקיימים:

$$x + 2y + 3z + 4t = 34$$

$$x + 3y + 5z + 7t = 57$$

מצאו את $31x + 21y + 11z + t$.

6. בציור הבא רדיוס המעגל הגדול 120. לכל המעגלים הקטנים אותו הגודל וכולם משיקים למעגל הגדול, כך שנקודות ההשקה מחלקות את המעגל הגדול לקשתות באורך שווה. נתון בנוסף כי שלוש הנקודות המסומנות בכתום נמצאות על ישר אחד. מצאו את הרדיוס של המעגלים הקטנים.



בהצלחה!